

XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Lớp: 10

Số tiết: 2

1. Xác suất của biến cố

Giả sử một phép thử có không gian mẫu Ω gồm hữu hạn các kết quả có cùng khả năng xảy ra và A là một biến cố.

Xác suất của biến cố A là một số, kí hiệu là $P(A)$, được xác định bởi công thức:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Trong đó: $n(A)$ và $n(\Omega)$ lần lượt kí hiệu số phần tử của tập A và Ω .

Chú ý:

- + Định nghĩa trên được gọi là định nghĩa cổ điển của xác suất.
- + Với mọi biến cố A , $0 \leq P(A) \leq 1$.
- + $P(\Omega) = 1$, $P(\emptyset) = 0$.
- + Xác suất của mỗi biến cố đo lường xảy ra của biến cố đó. Biến cố có khả năng xảy ra càng cao thì xác suất của nó càng gần 1.



Ví dụ 1

Hộp thứ nhất đựng 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 4. Hộp thứ hai đựng 6 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 6. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ.

- Hãy xác định không gian mẫu của phép thử.
- Gọi A là biến cố “Hai thẻ lấy ra có cùng số”. Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho A và tính xác suất của biến cố A .

c) Gọi B là biến cố “Tổng hai số trên hai thẻ lấy ra lớn hơn 8”. Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho B và tính xác suất của biến cố B.

Lời giải

a) Kết quả của mỗi lần thử là một cặp $(i; j)$ với $i = \{1; 2; 3; 4\}$ là số trên thẻ lấy ra từ hộp thứ nhất và $j = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ là số trên thẻ lấy ra từ hộp thứ hai. Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{(1;1); (1;2); (1;3); (1;4); (1;5); (1;6); \\ (2;1); (2;2); (2;3); (2;4); (2;5); (2;6); \\ (3;1); (3;2); (3;3); (3;4); (3;5); (3;6); \\ (4;1); (4;2); (4;3); (4;4); (4;5); (4;6)\}.$$

b) Không gian mẫu gồm có 24 kết quả, tức là $n(\Omega) = 24$.

$$\text{Biến cố } A = \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4)\}.$$

Số các kết quả thuận lợi cho A là $n(A) = 4$. Do đó, xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{c) Biến cố } B = \{(3;6); (4;5); (4;6)\}.$$

Số các kết quả thuận lợi cho B là $n(B) = 3$. Do đó, xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}.$$

2. Tính xác suất bằng sơ đồ hình cây

Trong chương VIII, chúng ta đã được làm quen với phương pháp sử dụng sơ đồ hình cây để liệt kê các kết quả của một thí nghiệm. Ta cũng có thể sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất.



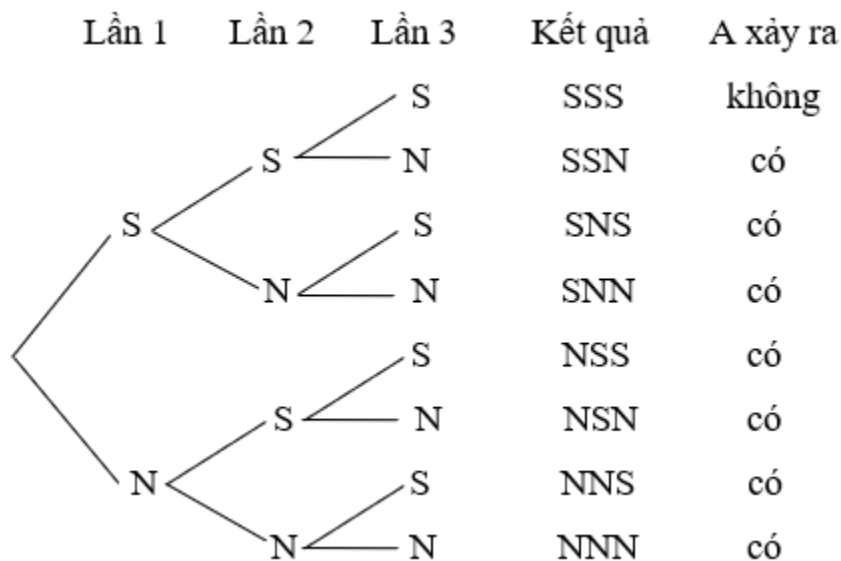
Ví dụ 2

Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A: “Trong 3 lần tung có ít nhất 1 lần xuất hiện mặt ngửa”.

Lời giải

Kí hiệu S nếu tung được mặt sấp, N nếu tung được mặt ngửa.

Các kết quả có thể xảy ra trong 3 lần tung được thể hiện trong sơ đồ hình cây dưới đây:



Có tất cả 8 kết quả xảy ra, trong đó có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố A.

Do đó:

$$P(A) = \frac{7}{8}.$$

3. Biến cố đối

Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố “Không xảy ra A”, kí hiệu là $\bar{A}$, được gọi là **biến cố đối** của A.

$$\bar{A} = \Omega \setminus A$$

$$P(\bar{A}) + P(A) = 1$$



Ví dụ 3

Gieo đồng thời ba con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tích số chấm ở mặt xuất hiện trên ba con xúc xắc đó là số chẵn”.

a) Hãy tìm biến cố đối của biến cố A.

b) Hãy tính xác suất của biến cố 4.

Lời giải

a) Biến cố đối của biến cố A là biến cố “Tích các số chấm ở mặt xuất hiện trên ba con xúc xắc đó là số lẻ”.

b) Tổng số kết quả có thể xảy ra của phép thử là $n(\Omega) = 6^3$.

$\bar{A}$ xảy ra khi mặt xuất hiện trên cả ba con xúc xắc đều có số chấm là số lẻ. Số kết quả thuận lợi cho $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = 3^3$.

Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là $P(\bar{A}) = \frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{8}$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{7}{8}$.

4. Nguyên lí xác suất bé

Trong thực tế, các biến cố có xác suất xảy ra gần bằng 1 thì gần như là luôn xảy ra trong một phép thử. Ngược lại, các biến cố mà xác suất xảy ra gần bằng 0 thì gần như không xảy ra trong một phép thử.

Trong Lí thuyết Xác suất, Nguyên lí xác suất bé được phát biểu như sau:

Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử, biến cố đó sẽ không xảy ra.



Ví dụ 4

Khi một con tàu lưu thông trên biển, xác suất nó bị đắm là số dương. Tuy nhiên, nếu tuân thủ các quy tắc an toàn thì xác suất xảy ra biến cố này là rất nhỏ, con tàu có thể yên tâm hoạt động.

Nếu một nhà sản xuất tuyên bố tỉ lệ gây sốc phản vệ nặng khi tiêm một loại vắc xin là rất nhỏ, chỉ khoảng 0,001, thì có thể tiêm vắc xin đó cho mọi người được không? Câu trả lời là không, vì sức khỏe và tính mạng con người là vô giá, nếu tiêm loại vắc xin đó cho hàng tỉ người thì khả năng có nhiều người bị sốc phản vệ nặng là rất cao.



Bài tập

1) Tung ba đồng xu cân đối và đồng chất. Xác định biến cố đối của mỗi biến cố sau và tính xác suất của nó.

a) “Xuất hiện ba mặt sấp”;

b) “Xuất hiện ít nhất một mặt sấp”.

2) Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

a) “Tổng số chấm xuất hiện nhỏ hơn 10”;

b) “Tích số chấm xuất hiện chia hết cho 3”.

3) Hộp thứ nhất đựng 1 thẻ xanh, 1 thẻ đỏ và 1 thẻ vàng. Hộp thứ hai đựng 1 thẻ xanh và 1 thẻ đỏ. Các tấm thẻ có kích thước và khối lượng như nhau. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ.

a) Sử dụng sơ đồ hình cây, hãy liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra.

b) Tính xác suất của biến cố “Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ màu đỏ”.

4) Trong hộp có một số quả bóng màu xanh và màu đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. An nhận thấy nếu lấy ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp thì xác suất để hai quả này khác màu là 0,6. Hỏi xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu là bao nhiêu?

5) Năm bạn Nhân, Lễ, Nghĩa, Trí và Tín xếp một cách ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất của biến cố:

a) “Nhân và Tín không đứng cạnh nhau”;

b) “Trí không đứng ở đầu hàng”.